

## MAT 102– ÇALIŞMA PROBLEMLERİ

- Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
  - $\int \tan^3 x \sec x dx$
  - $\int_0^{2\pi} \cos^2 4x dx$
  - $\int \frac{x+2}{x^2+2} dx$
  - $\int \frac{1}{\sqrt{2-2x-x^2}} dx$
  - $\int \frac{(\ln x)^2}{17x} dx$
  - $\int \sec^3 x dx$
  - $\int e^{2x} \cos 3x dx$
  - $\int_2^5 \sqrt{1+x^4} x^7 dx$
  - $\int_0^3 \sqrt[3]{2} \frac{z^3}{(4z^2+9)^{3/2}} dz$
  - $\int \frac{\cos \theta}{1+\sin \theta} d\theta$
  - $\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$
  - $\int_2^5 \sqrt{1+x^4} x^7 dx$
  - $\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$
- Aşağıdaki genelleştirilmiş integralleri hesaplayınız.
  - $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$
  - $\int_0^{\pi/2} \sec x dx$
- Aşağıdaki integrallerin iraksaklığını veya yakınsaklığını araştırınız.
  - $\int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^{2x}} dx$
  - $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
- $y = 2^x$  ve  $y = 5^x$  eğrileri ve  $x = -1$  ve  $x = 2$  doğruları ile sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız?
- $y = x$  ve  $y = x^2$  eğrileri arasında kalan bölgenin  $x = 3$  doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplayınız?
- $x(t) = e^t \cos t$ ,  $y(t) = e^t \sin t$  ile verilen eğrinin  $t = 0$  dan  $t = \pi$  kadar olan kısmının uzunluğunu hesaplayınız?
- $y = e^{3x}$  eğrisinin x-ekseni etrafında çevrilmesi ile oluşan yüzeyin alanını hesaplayınız?
- $r = 1 + \cos \theta$  eğrisinin dışında ve  $r = 3 \cos \theta$  eğrisinin içinde kalan bölgenin alanını hesaplayınız?
- Aşağıdaki dizilerin yakınsak veya iraksak olup olmadıklarını belirleyiniz? Yakınsak ise limitini bulunuz
  - $\left\{ \frac{\ln n}{\sqrt{n}} \right\}_{n=1}^{\infty}$
  - $\left\{ \frac{2^{n+1} + e^{n+1}}{2^n + e^n} \right\}_{n=1}^{\infty}$
- Eğer  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  yakınsak ise  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  olduğunu gösteriniz.
- Aşağıdaki serilerin karakterini belirleyiniz.
  - $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln(n)}}$
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+3^n}$
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$
  - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}}$
- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n^n}{n!}$  serisi mutlak yakınsak mıdır?
- $\text{Arc tan } x$  fonksiyonunun  $a = 0$  noktasındaki kuvvet serisi bulunuz.
- a.  $f(x) = \ln x$  fonksiyonu  $a = 1$  komşuluğunda Taylor serisine açınız  
b. Elde ettiğiniz serinin yakınsaklık yarıçapını ve aralığını bulunuz.
- Her  $x \in [-0.3, 0.3]$  için,  $\sin x$  fonksiyonu  $x - \frac{x^3}{3!}$  polinomu ile yaklaşık olarak hesaplanmak isteniyor. Yapılabilecek maksimum hata nedir?  $\sin(10^\circ)$  yi yaklaşık olarak, en az beş basamak doğru olacak şekilde hesaplayınız.
- $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{16-x^2-y^2-z^2}}$  fonksiyonunun tanım ve görüntü cümlesini bulunuz.

17.  $\mathbf{g}(x, y)$  fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanıyor:

$$\mathbf{g}(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}, & \text{eğer } (x, y) \neq (0, 0) \text{ ise} \\ 0, & \text{eğer } (x, y) = (0, 0) \text{ ise} \end{cases}.$$

$\mathbf{g}$  fonksiyonunun süreklı olduğu bölgeyi belirleyiniz (Cevabımızı nedenleriyle birlikte detaylıca açıklayınız!).

18.  $g$  fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanıyor

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^4}{x^4 + y^4} & \text{eğer } (x, y) \neq (0, 0) \text{ ise} \\ 0 & \text{eğer } (x, y) = (0, 0) \text{ ise} \end{cases}$$

$g$  fonksiyonun süreklı olduğu bölgeyi belirleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

19.  $h(x, y) = \sqrt{x + 3}e^{y-2}$  fonksiyonu verilsin:

- (1, 2, 2) noktasında, yüzeye teget olan düzlemin denklemini bulunuz.
- Diferansiyeli kullanarak  $\sqrt{3.99}e^{2.02}$  sayısını yaklaşık olarak hesaplayınız.

20. Aşağıdaki kısmi türevleri bulunuz.

a. Eğer

$$w = xy^2z^3, \quad x = 3\sqrt{st}, \quad y = \sin 2t, \quad z = s + \ln(t + s)$$

ise,  $\frac{\partial w}{\partial s}$  ve  $\frac{\partial w}{\partial t}$  yi bulunuz.

b. Eğer  $xe^y + xz + ze^y = 17$  ise,  $\frac{\partial z}{\partial x}$  ve  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$  ifadelerini bulunuz.

21.  $h(x, y) = \sqrt{x+1} \ln(y-2)$  fonksiyonunun (3, 3) noktasında,  $a = 3i - 4j$  vektörü yönündeki yönlü türevini bulunuz (yani  $D_u h(3, 3)$  i hesaplayınız)

22.  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy^2 + 1$  fonksiyonunun ekstremum değerlerini bulunuz (maks, min ve semer noktalarını belirleyiniz).

23.  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  yüzeyi üzerinde bulunan ve (3, 2, 0) noktasma en yakın olan noktayı bulunuz.

24. **Türev yardımı** ile  $x^2y^2z = 1$  yüzeyi üzerindeki bulunan ve orijine en yakın olan noktayı bulunuz.

25.  $f(x, y) = x^2y$  fonksiyonun  $x^2 + y^2 = 1$  üzerindeki maksimum ve minimum deđerlerini bulunuz.

26.  $f(x, y) = e^{-xy}$  fonksiyonun  $x^2 + 4y^2 \leq 1$  bölgesi üzerindeki mutlak maks/min deđerlerini bulunuz.

27.  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{1+xy} dx dy$  integralini hesaplayınız.

28. Yarıçapı 3 cm olan yarım kürenin  $\int \int$  **integral yardımı** ile hacmini hesaplayınız.

29.  $\int_0^8 \int_{\sqrt[3]{y}}^2 e^{x^4} dx dy$  integralini hesaplayınız. (İpucu: integrasyon bölgesini çizin ve integral sırasını değiştiriniz)

30. Yukarıdan  $z = x^2 + y^2$  paraboloidi ve aşağıdan  $xy$ -düzlemi üzerinde bulunan ve sınırları  $y = x$ ,  $x = 0$  ve  $x + y = 2$  doğruları olan üçgen bölge ile sınırlanan bölgenin hacmini hesaplayınız.

31.  $y = \sqrt{x}$  eğrisi ile  $y = x - 2$  ve  $y = -x$  doğruları ile sınırlanan bölgeyi çizin ve bu bölgenin alanını ardışık iki katlı integral olarak ifade ediniz ve integrali hesaplayınız.

32. Aşağıdaki integrali hesaplayınız (İpucu: Kutupsal koordinatlara çeviriniz)

$$\int_0^1 \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} \ln(x^2 + y^2 + 1) dx dy.$$

33. Üstten  $z = 9 - x^2 - y^2$  paraboloidi ve alttan ise  $xy$ -düzlemindeki birim çember ile sınırlanan katı cismin hacmini hesaplayınız.