

1. YAZILI ÖDEV SETİ

NOT: 1,2,3 soruları MAT 441, 2,4,5 soruları MAT 523 öğrencileri tarafından cevaplanacaktır.

TESLİM TARİHİ: 16 Ekim 2020, Cuma

1. $y' = x^2 + y^2 - 1$, $y(0) = 0$ Başlangıç Değer Problemi (BDP) için

- (a) $h = 0.25$ olarak *Cauchy–Euler* metodu ile $y(1)$ değerini yaklaşık olarak hesaplayınız.
(b) Vektör alanını oluşturunuz ve bundan yararlanarak BDP nin çözümünü kabaca çizin.

2. Aşağıdaki diferensiyel denklemlere Varlık ve Teklik Teoreminin uygulanabilmesi için mümkün olabilecek tüm başlangıç değerleri belirleyiniz.

(a) $y' = \frac{1}{\sin(t-y)}$

(b) $y' = y^{2/3}$

3. $u(x) \geq 0$ olmak üzere $x \in [1, 4]$ için aşağıdaki integral eşitsizliği çözünüz

$$u(x) \leq 2 + 3 \int_1^x (t^2 + 1)u(t)dt.$$

4. $h > 0$ için u fonksiyonu $[a, a + h]$ üzerinde sürekli ve pozitif bir fonksiyon olsun. $C > 0$ olmak üzere $\beta(x)$ sürekli, pozitif bir fonksiyon ve $\forall x \in [a, a + h]$ için

$$u(x) \leq C + \int_a^x \beta(t)u(t)dt$$

eşitsizliğini sağlıyor ise, aynı x değerleri için

$$u(x) \leq Ce^{\int_a^x \beta(t)dt}$$

olduğunu gösteriniz.

5. $\lambda \in \mathbb{R}$ olmak üzere, sırası ile $F(x) = x$ ve $F(x) = 1$ (bu durumda $\lambda^2 \pi^2 \neq 1$ olması şartı ile) olarak

$$u(x) = F(x) + \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t)u(t)dt$$

integral denkleminin en genel çözümünü bulunuz. Özel olarak $\lambda = \frac{1}{\pi}$ olarak, aynı F fonksiyonları için çözümü analiz ediniz.
