

3. YAZILI ÖDEV SETİ

NOT: 1. soru MAT 441, 2-5 soruları MAT 523 öğrencileri tarafından cevaplanacaktır.

TESLİM TARİHİ: 20 Kasım 2020, Cuma

1. Albert Erkip'in kitabındaki aşağıdaki problemleri cevaplayınız.

- (a) Sayfa 43, Problem 3-b
- (b) Sayfa 46, Problem 1
- (c) Sayfa 48, Problem 2
- (d) Sayfa 54, Problem 2
- (e) Sayfa 62, Problem 2
- (f) Sayfa 65, Problem 3

2. Kabul edelimki $D = \{(x, y_1, y_2, \dots, y_n) : A \leq x \leq B, C_i \leq y_i \leq D_i \quad i = 1, 2, \dots, n\}$ bölgesi üzerinde $j, k = 1, 2, \dots, n$ için $\frac{df_j}{dy_k}$ sürekli olsun. Bu taktirde, D bölgesi üzerinde $\tilde{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n)$ fonksiyonunun \tilde{y} değişkenine göre

$$K = \max_{j,k} \left(\max_D \left| \frac{df_j}{dy_k} \right| \right)$$

olmak üzere Lipschitz koşulunu **sağladığını** gösteriniz.

3. Albert Erkip'in kitabındaki aşağıdaki problemleri cevaplayınız.

- (a) Sayfa 56, Problem 3
- (b) Sayfa 62, Problem 3
- (c) Sayfa 65, Problem 4

4. $S = \{(x, \tilde{y}) : x \in R \text{ ve } \tilde{y} \in C^n\}$ cümlesi üzerinde tanımlı, vektör değerli bir \tilde{f} fonksiyonu için aşağıdaki ifadeleri ispatlayınız

- (a) \tilde{f} fonksiyonunun bir $(x_0, \tilde{y}_0) \in S$ noktasında sürekli olması için gerek ve yeter koşul $|x - x_0| + |\tilde{y} - \tilde{y}_0| \rightarrow 0$ iken $|\tilde{f}(x, \tilde{y}) - \tilde{f}(x_0, \tilde{y}_0)| \rightarrow 0$ ifadesinin gerçekleşmesidir.
- (b) \tilde{f} fonksiyonunun S üzerinde Lipschitz koşulunu sağlaması için gerek ve yeter şart \tilde{f} fonksiyonunun herbir bileşeninin S üzerinde Lipschitz koşulunu sağlaması gerekir.

5. $g(x)$ fonksiyonu R üzerinde sürekli bir fonksiyon olsun.

$$y'' + \sin y = g(x)$$

ikinci mertebeden diferensiyel denkleminin R üzerinde çözümünün mevcut olduğunu gösteriniz.