MAT 554-MATEMATİKSEL ANALİZ II

BAHAR DÖNEMİ 2016-2017

ÖDEVLER

(**Ders Kitabı:** Principle of Mathematical Analysis, W. Rudin, McGraw-Hill, ISBN:0-07-054235-X)

1-ÖDEV (Teslim tarihi: 30 Ocak 2017, Pazartesi)

Prb-1: $f : [0,1] \to R$ foksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , & x = 0 \text{ ise} \\ 0 & , & x \; irrasyonel \text{ ise} \\ 1/(n^{5/4}) & , & x \; rasyonel \ni x = \frac{m}{n} \; (m, n \in J) \text{ ise} \end{cases} .$$

f fonksiyonu $x = 0$ da türevlenebilir mi? Türevlenebilir ise $f'(0)$ değerini hesaplayınız?

Prb-2: Sayfa 114'de 1. problem

Prb-3: Sayfa 114'de 5. problem

Prb-4: Sayfa 114'de 7. problem

Prb-5: $3x^2 - x - 3 = 0$ denklemini sağlayan $\exists!\, x \in (1,2)$ olduğunu gösteriniz.

Prb-6: $g : [0,1] \to R$ ve kabul edelim ki $[0,1]$ da $g^{(4)} \; \exists$ ve $(0,1)$ de ise $g^{(5)} \; \exists$ olsun.

(a). Derecesi ≤ 4 olan ve aşağıdaki koşulları sağlayan $\exists!\, p(x)$ polinomunun var olduğunu gösteriniz:

$$\begin{array}{cc} p(0) = g(0) & p(1) = g(1) \\ p'(0) = g'(0) & p'(1) = g'(1) \\ & p''(1) = g''(1) \end{array}$$

(b) Gösteriniz ki: $x \in [0,1]$ için $\exists \xi \in (0,1)$ öyleki

$$g(x) = p(x) + \frac{g^{(5)}(\xi)}{5!} x^2 (1-x)^3.$$

2-ÖDEV (Teslim tarihi: 16 Şubat 2017, Perşembe)

Prb-1: f fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases} .$$

Riemann İntegralin tanımını kullanarak f fonksiyonunun $[0,1]$ aralığı üzerinde Rieman integrallenebilir olduğunu gösteriniz ve $\int_0^1 f(x)dx$ integralini hesaplayınız.

Prb-2: Sayfa 138, problem 2.

Prb-3: $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ dizisi $[a,b]$ de bir dizi ve $x_n \to x$ olsun. f fonksiyonu ise $f : [a,b] \to R$ tanımlı, sınırlı ve x_n noktaları haricindeki $[a,b]$ deki tüm noktalarda sürekli olan bir fonksiyon olsun. Gösteriniz ki f fonksiyonu $[a,b]$ üzerinde Remann integrallenebilirdir.

Prb-4: İntegral için Ortalama Değer Teoremini ispat ediniz: Kabul edelim ki g fonksiyonu $[a,b]$ de sürekli; f fonksiyonu ise $[a,b]$ de Riemann integrallenebilir ve $\forall x \in [a,b]$ için $f(x) \geq 0$ olsun. Gösteriniz ki $\exists c \in (a,b) \ni$

$$\int_a^b f(x)g(x)dx = g(c)\int_a^b f(x)dx.$$

3-ÖDEV (Teslim tarihi: 27 Şubat 2017, Pazartesi)

Prb-1: $n = 1, 2, 3, \cdots$ için $f_n : [0, 1] \to R$ ve aşağıdaki gibi tanımlanıyor:

$$f_n(x) = n^2 x^n (1 - x).$$

$\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ fonksiyon dizisi $[0, 1]$ de yakınsak mı? Eğer yakınsak ise bu yakınsaklık düzgün mü?

Prb-2: Sayfa 165, problem 1.

Prb-3: Sayfa 165, problem 2.

Prb-4: Sayfa 165, problem 4.

Prb-5: Eğer $\sum_{k=0}^{\infty} |a_k| x_0^k$ serisi bazı $x_0 > 0$ için yakınsak ise, $\sum_{k=0}^{\infty} a_k x^k$ serisinin $[-x_0, x_0]$ üzerinde sürekli olan bir fonksiyon verdiğini gösteriniz.

4-ÖDEV (Teslim tarihi: 09 Mart 2017, Perşembe)

Prb-1: Sayfa 166, problem 7.

Prb-2: Sayfa 166, problem 9.

Prb-3: Sayfa 168, problem 16.

5-ÖDEV (Teslim tarihi: 03 Nisan 2017, Pazartesi)

Prb-1: Sayfa 239, problem 7.

Prb-2: Sayfa 239, problem 8.

Prb-3: Sayfa 239, problem 9.

Prb-4: Sayfa 239, problem 12 (a,b ve c)

Prb-5: Sayfa 240, problem 14

ÇALISMA PROBLEMLERİ

Prb-1: Sayfa 241, problem 17.

Prb-2: Sayfa 241, problem 19.

Prb-3: Sayfa 241, problem 20.

Prb-4: Sayfa 242, problem 23