

1. (20 p.)	2. (20 p.)	3. (15 p.)	4. (15 p.)	5. (10 p.)	6. (20 p.)	TOPLAM

NOT: Tam puan almak için yeterli açıklama yapılması gerekmektedir.
Sınav süresi 110 dakikadır. Başarılar.

1. (a) $f(x) = \tan^2(\ln(x^2 + 1))$ fonksiyonunun türevini bulunuz.

$$f'(x) = 2 \tan(\ln(x^2 + 1)) \cdot \sec^2(\ln(x^2 + 1)) \cdot \frac{2x}{x^2 + 1}$$

- (b) $y \cos x = \pi + \sin(xy)$ eğrisinin $(0, \pi)$ noktasındaki teğet doğrusunun denklemini bulunuz.

Her iki tarafın türevini alalım:

$$\frac{dy}{dx} \cos x + y \cdot (-\sin x) = \cos(xy) \cdot (y + x \cdot \frac{dy}{dx})$$

$x=0$ ve $y=\pi$ için :

$$\frac{dy}{dx} = \pi$$

Teğet doğrusunun denklemi

$$y - \pi = \pi(x - 0)$$

$$y = \pi x + \pi$$

2. Aşağıdaki limitleri (eğer varsa) hesaplayınız.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos^2 x}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sin x|}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|\sin x|}{x} = - \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin x}{x} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|\sin x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1 \rightarrow \text{Limit Yok.}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} x^4 \cos^2\left(\frac{\pi}{x}\right)$$

$$0 \leq x^4 \cos^2\left(\frac{\pi}{x}\right) \leq x^4 \quad \text{olduğu için sıkıştırma teoreminde dolayı}$$

$x \rightarrow 0$ iken limit 0 dir.

3.

$$f(x) = \begin{cases} 3xe^{2x} + 2, & x > 0 \text{ ise;} \\ ax^2 + bx + c, & x \leq 0 \text{ ise.} \end{cases}$$

fonksiyonunun her yerde türevlenebilir olması için a, b ve c hangi değerleri alabilir?

Türevlenebilir olması için sürekli olması gerekir.
 $x \neq 0$ için polinom ve üstel fonksiyonlar olduğu için sürekli'dir.
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$ olmalıdır.

$$\boxed{2 = c}$$

Yine $x \neq 0$ için türevlenebilir. $x = 0$ için soldan ve sağdan türevler eşit olmalıdır.

$$\left. \begin{array}{l} 3e^{2x} + 6xe^{2x} \Big|_{x=0} = 3 \\ 2ax + b \Big|_{x=0} = b \end{array} \right\} \boxed{b=3}$$

a keyfi bir reel sayıdır.

6. $y = \frac{x^2 - x - 6}{x - x^2}$ fonksiyonunun tanım kümesini, kesenlerini, artan azalan olduğu aralıkları, eğer varsa asimptotlarını, maksimum/minimum noktalarını ve büyüklüğünü inceleyerek grafiğini çiziniz (birinci ve ikinci türev bilgilerinizi kullanınız).

$$f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{x(1-x)}$$

T.K. $x \neq 0, 1$

Keseler: $x = -2, 3$

Asimptotlar: D.A. $x = 0, x = 1$

Y.A. $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$
 $x \rightarrow -\infty$

K.N. $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$$f'(x) = \frac{-6(2x-1)}{(x-x^2)^2}$$

$$f''(x) = \frac{-12(3x^2 - 3x + 1)}{(x-x^2)^3}$$

x		0	1/2	1	
f'	+		+ 0 -		-
f''	+		-		+

